

Kürzeste Wege, weiteste Sprünge, schnellste Verbindungen

Optimierungsprobleme geometrisch gelöst

In vielen Lebenssituationen streben wir ein „optimales“ Ergebnis an oder suchen eine „optimale“ Lösung. Dabei geht es fast immer um Extremwerte von Größen: Kürzeste Wege, weiteste Sprünge, schnellste Verbindungen, günstigster Winkel, minimales Netzwerk, höchste Punktzahl, maximaler Gewinn, niedrigste Kosten, kleinste Fehlerwahrscheinlichkeit, ... die Liste ließe sich beliebig verlängern. Die Suche nach maximalen oder minimalen Werten scheint im menschlichen Denken verankert zu sein.

Viele meist geometrisch formulierte Extremwertprobleme sind schon vor über 2000 Jahren gelöst worden; sie finden sich bereits in den Elementen des Euklid. Einige klassische Probleme konnten erst im 19. Jahrhundert vollständig gelöst werden. In diesem Kurs geht es darum, die Denkschemata herauszuarbeiten, die solchen Lösungsverfahren zugrunde liegen, ihre Einfachheit, Erkenntnistiefe und Vielfalt offenzulegen und sie auf interessante Beispiele anzuwenden. Die aus dem Analysisunterricht bekannten Standardmethoden zur Bearbeitung von „Extremwertaufgaben“ verengen oft den Blick auf die Problemstruktur und sind auf einige Beispiele auch gar nicht anwendbar; *sie sind nicht Gegenstand des Kurses*. Vielmehr werden wir andere, geometrisch motivierte Strategien zur Bestimmung von größten und kleinsten Werten entwickeln.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 9

Quartal: 2025.1

Mit dem Zug von Straßburg nach Lyon

Abstände in Metrischen Räumen

Wie weit ist es eigentlich von A nach B – wenn der Weg nicht geradeaus führt? Zum Beispiel, wenn der Zug erst über Paris fährt oder wenn sich sogar der Raum selbst verändert?

In diesem Kurs geht es um Abstände und die spannende Frage: Wie muss ein Raum aufgebaut sein, damit man darin Abstände messen kann? Wir lernen, was eine Metrik ist, wie sie funktioniert und welche Möglichkeiten es gibt, beispielsweise den Abstand zwischen Straßburg und Lyon zu messen. Schritt für Schritt kommen wir schließlich zum metrischen Tensor, der zeigt, wie man Abstände berechnet, auch wenn der Raum von Ort zu Ort unterschiedlich ist.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 9

Quartal: 2025.1

Schritt für Schritt, immer weiter oder immer näher oder ringsherum?

Folgen und Reihen

Hast du dich schon mal gefragt, wie man vorhersagen kann, ob eine bestimmte Entwicklung irgendwann ein Ende findet? Oder ob sie immer weitergeht? Ob sie stabil bleibt oder chaotisch wird?

In diesem Kurs schauen wir uns Folgen und Reihen an und untersuchen, wie sie sich verhalten: Kann man berechnen, wie das Geld auf einem Sparbuch wächst, wenn die Zinsen jährlich eingezahlt werden oder sich sogar jährlich verändern? Wie berechnet man die Gesamtstrecke eines springenden Balles, der nach jedem Aufprall nur noch die halbe Höhe springt? Welche Verhaltensmuster gibt es bei Bewegungen, die nie zur Ruhe kommen?

Während Reihen oft Zahlen beschreiben, gehen wir bei Folgen einen Schritt weiter und schauen uns auch mathematische Objekte an, die keine Zahlen sind.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 8

Quartal: 2025.1

"Hey ChatGPT, erkläre mir, wie du funktionierst!"

Mathematische Modelle hinter künstlicher Intelligenz

Wenn ein KI-System wie ChatGPT einen Input erhält und daraufhin einen Output generiert, laufen im Hintergrund viele mathematische Berechnungen ab. Einige der zugrundeliegenden mathematischen Modelle wollen wir uns in diesem Kurs in acht Einheiten genauer anschauen. Dabei soll es weniger um die konkrete Implementierung gehen, sondern vielmehr darum, wie mathematische Konzepte (z.B. Vektoren, Matrizen oder Wahrscheinlichkeitsverteilungen) in KI-Systemen verwendet werden, um beispielsweise Sinnstrukturen von Sätzen mathematisch abzubilden oder komplexe Informationsverarbeitung mittels neuronaler Netze zu modellieren. Je nach Interesse und/oder Vorwissen der Teilnehmenden können die Schwerpunkte dabei unterschiedlich gesetzt werden.

Kooperationspartner: Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Zielgruppe Klassenstufe: 9 bis 11

Quartal: 2025.1

Die Mathematik des Ketchups

Eine Einführung in die Fluidodynamik

Ist dir das auch schon einmal passiert: Du gehst gemeinsam mit deinen Freunden Pommes essen und möchtest Ketchup auf den Teller tun. Du drückst und drückst auf die Flasche und nichts kommt heraus ... aber ganz plötzlich ist dann viel zu viel Ketchup auf deinem Teller!

Dieses und viele andere Alltagsphänomene lassen sich mithilfe von physikalischen Gesetzen der Fluidodynamik verstehen.

In diesem Kurs möchten wir diese Gesetze und ihre mathematischen Hintergründe kennenlernen. Wir werden uns dafür im ersten Kursteil mit der Differentialgeometrie beschäftigen; im zweiten Teil werden wir die physikalischen Gesetze herleiten.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 11

Quartal: 2025.1

Max-Plus-Algebra

Wie wir mithilfe einer neuen Struktur zu einem Fahrplan gelangen

Addition und Multiplikation sind mathematische Operationen, die aus je zwei Zahlen jeweils eine neue Zahl erzeugen. In der Grundschule lernen wir diese Operationen für die natürlichen Zahlen, später auch für ganze, rationale und reelle Zahlen kennen. Auf den genannten Zahlenmengen erfüllen die beiden Operationen verschiedene Eigenschaften, wie das Kommutativ- und das Distributivgesetz. Basierend auf diesen Operationen lernen wir in der Schulzeit weitere Begriffe, wie die Potenz einer Zahl, und Methoden wie das Lösen von Gleichungen kennen.

In diesem Kurs wollen wir eine andere Zahlenwelt mit zwei Operationen betrachten: die sogenannte Max-Plus-Algebra. Wir wollen schauen, ob auch in dieser Zahlenwelt die bekannten Rechengesetze gelten und ob wir Analogien und Unterschiede zu den uns vertrauteren Zahlenwelten finden können. Neben diesen strukturellen Überlegungen werden wir zudem interessante Anwendungsmöglichkeiten der Max-Plus-Algebra kennenlernen und gemeinsam untersuchen, wie wir mithilfe dieser Zahlenwelt Fahrpläne erstellen und logistische Abläufe optimieren können.

Schaut gerne vorbei, wenn ihr mit uns die Max-Plus-Welt und ihre Anwendungsmöglichkeiten gemeinsam erforschen möchtet!

Kooperationspartner: Bergische Universität Wuppertal
Zielgruppe Klassenstufe: ab 9

Quartal: 2025.1

Überraschende Zusammenhänge aus der Zahlentheorie

Summen und Differenzen von Potenzen auf dem Teilbarkeits-Prüfstand

Hast du dich schon einmal gefragt, ob es eine natürliche Zahl n gibt, sodass $2^n - 1$ durch 11 teilbar ist? Und was passiert, wenn wir die 11 durch eine andere Zahl ersetzen? Potenzen wie $2^5 = 32$ kennst du bereits aus der Schule, doch gerade bei ihren Summen und Differenzen gibt es spannende Zusammenhänge und unerwartete Muster zu entdecken!

In diesem Kurs tauchen wir tief in die faszinierende Welt der Zahlentheorie ein. Wir untersuchen, wie sich Potenzen verhalten, wenn sie mit Resten dividiert werden, und erarbeiten uns nach und nach mächtige Werkzeuge wie den kleinen Satz von Fermat, Primitivwurzeln und das LTE-Lemma. Mit diesen Methoden lösen wir konkrete Aufgaben und knifflige Fragestellungen, wie sie in mathematischen Wettbewerben auftauchen.

Wenn du Lust auf überraschende Aha-Momente und mathematische Herausforderungen hast, dann bist du hier genau richtig!

Zielgruppe Klassenstufe: ab 11

Quartal: 2025.1

Mathe klingt gut

Die Harmonie von Zahlen und Musik

Wusstest du, dass Mathematik und Musik richtig viel miteinander zu tun haben? In diesem Kurs entdecken wir gemeinsam die faszinierende Verbindung von Zahlen, Klängen und Rhythmen. Dabei schauen wir uns spannende Fragen an wie:

- Wie hilft uns Mathe, die Töne eines Klaviers perfekt zu stimmen?
- Wie hat Mozart mit Würfeln Melodien komponiert?
- Welche Muster verstecken sich hinter Rhythmen?
- Warum klingt Musik eigentlich so schön – und was hat das mit Mathematik zu tun?

Mit coolen Beispielen, praktischen Übungen und spannenden Experimenten machen wir Mathe erlebbar. Egal, ob du Musik liebst, Zahlen magst oder einfach neugierig bist – in diesem Kurs kannst du die Verbindung von Mathe und Musik mit allen Sinnen entdecken.

Du brauchst keine besonderen Vorkenntnisse, nur Lust auf Musik und Mathe – und vielleicht ein bisschen Staunen!

Zielgruppe Klassenstufe: 6 bis 7

Quartal: 2025.1
